

production la plus tardive du magma granitique. Au milieu d'une pegmatite à muscovite, se trouvent des veinules irrégulières quartzieuses, riches en lépidolite et contenant des tourmalines polychromes, de la spessartite; elles sont de formation postérieure à la consolidation de la pegmatite, car, par place, les grandes lames de muscovite de celle-ci sont corrodées et entourées par une gaine de minéraux lithiques. C'est là un fait comparable à celui qui a été signalé par M. Arsandaux dans un filon de pegmatite à muscovite de Castelnau de Brassac, dans le Tarn.

CORRESPONDANCE.

M. H.-A. LORENTZ, Associé étranger, fait savoir qu'il s'associe de tout cœur au deuil où le décès de M. *Henri Poincaré* a plongé l'Académie.

M. le RECTEUR DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE TECHNIQUE ALLEMANDE DE PRAGUE adresse à l'Académie l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion de la mort de M. *H. Poincaré*.

M^{me} LUCILE MAGNE, née Le Verrier, et M. LUCIEN MAGNE adressent des remerciements pour l'initiative qu'a prise l'Académie de publier une Notice à l'occasion du Centenaire de la naissance de l'illustre astronome.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

DUC D'ORLÉANS. *Campagne arctique de 1907 : Cœlentérés du fond*, par le D^r HJALMAR BROCH; *Bryozoaires*, par O. NORDGAARD.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la trajectoire d'une particule électrisée dans un champ magnétique*. Note de M. RICHARD BIRKELAND, transmise par M. Appell.

I. Considérons une particule matérielle de masse m , portant une charge ϵ en mouvement dans un champ magnétique créé par des masses magnétiques μ sur l'axe des z . En désignant par r la distance de μ au point

(x, y, z) , les équations du mouvement sont

$$(1) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{m} \left(Y \frac{dz}{dt} - Z \frac{dy}{dt} \right), \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{m} \left(Z \frac{dx}{dt} - X \frac{dz}{dt} \right), \quad \dots,$$

$$X = \Sigma \mu \frac{x}{r^3}, \quad Y = \Sigma \mu \frac{y}{r^3}, \quad Z = \Sigma \mu \frac{z-c}{r^3},$$

la somme Σ étant étendue à toutes les masses μ de coordonnées (o, o, c) . Soit T une trajectoire déterminée. L'équation d'une surface $\varphi = o$, engendrée par les lignes de forces passant par tous les points de la trajectoire T, sera de la forme

$$(2) \quad \varphi \equiv \Sigma \mu \frac{z-c}{r} - \psi(u) = o,$$

ψ étant une fonction de $u = \frac{y}{x}$ seul. Sauf pour certaines trajectoires singulières, la surface (2) a une propriété remarquable qu'on peut utiliser pour déterminer $\psi(u)$. Soit M un point sur l'axe des z où il est concentré une masse magnétique isolée (pôle magnétique). *Un cône de révolution de sommet au point M est au même point tangent à la surface (2).*

II. Pour démontrer cela nous supposons, pour abrégier l'écriture, que le champ est créé par deux pôles seulement. Le pôle μ_0 à l'origine O et μ_1 en un point M sur l'axe des z à une distance positive $\overline{OM} = \lambda$. En désignant par r_0 et r_1 les distances du point (x, y, z) aux pôles μ_0 et μ_1 respectivement, l'équation (2) s'écrit

$$(3) \quad \varphi \equiv \mu_0 \frac{r}{r_0} + \mu_1 \frac{z-\lambda}{r_1} - \psi(u) = o.$$

Considérons les coordonnées x, y, z de T et la fonction ψ comme des fonctions de λ, μ_0 et μ_1 . Lorsque λ tend vers l'infini le pôle μ_1 s'éloigne à l'infini. En développant les coordonnées de la trajectoire T avec les données initiales suivant les puissances de l'arc s à l'aide des équations (1), on voit que T ne s'éloigne pas, en général, tout entière vers l'infini lorsque λ tend vers l'infini. Il reste donc, lorsque λ tend vers $+\infty$, seulement le pôle μ_0 en action sur la particule, et l'équation (3) doit tendre vers l'équation d'un cône de révolution (1) de sommet au pôle μ_0

$$(4) \quad \mu_0 \frac{r}{r_0} - \mu_1 - \psi_0(u) = o,$$

(1) H. POINCARÉ, *Comptes rendus*, 1896, p. 530.

en désignant par ψ_0 la limite vers laquelle tend ψ . Nous allons voir que ψ ne dépend pas de λ , c'est-à-dire que $\psi_0 \equiv \psi$. Si ψ dépend de λ , on pourra écrire $\psi = \psi_0 + \psi_1$, où ψ_1 tend vers zéro pour $\lambda = +\infty$. Plus explicitement nous écrivons, là où il est nécessaire, $\psi(u, \lambda, \mu_0, \mu_1)$ au lieu de $\psi(u)$.

Désignons les quantités $\frac{\lambda}{\nu}, \frac{\mu_0}{\nu^2}, \frac{\mu_1}{\nu}$, ν étant une constante, par λ_1, m_0, m_1 respectivement. En variant d'une manière continue λ, μ_0 et μ_1 , jusqu'aux valeurs λ_1, m_0, m_1 , et en désignant par (x_1, y_1, z_1) les nouvelles valeurs des coordonnées d'un point (x, y, z) de la trajectoire T, la surface (3) sera

$$(3 \text{ bis}) \quad m_0 \frac{z_1}{\rho_0} + m_1 \frac{z_1 - \lambda_1}{\rho_1} - \psi(u_1, \lambda_1, m_0, m_1) = 0,$$

$$\rho_0^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2, \quad \rho_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + (z_1 - \lambda_1)^2, \quad u_1 = \frac{y_1}{x_1}.$$

Les équations du mouvement (1) deviennent

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{m} \left[\left(m_0 \frac{y_1}{\rho_0^3} + m_1 \frac{y_1}{\rho_1^3} \right) \frac{dz_1}{dt} - \left(m_0 \frac{z_1}{\rho_0^3} + m_1 \frac{z_1 - \lambda_1}{\rho_1^3} \right) \frac{dy_1}{dt} \right], \quad \dots$$

Mais on arrive aux mêmes équations en introduisant dans (1) $x = \nu x_1$, $y = \nu y_1$, $z = \nu z_1$. Les coordonnées (x, y, z) de la trajectoire auront donc pris les valeurs $\left(\frac{x}{\nu}, \frac{y}{\nu}, \frac{z}{\nu} \right)$. Cela veut dire qu'on doit arriver à l'équation (3) en remplaçant dans (3 bis) x_1, y_1, z_1 par $\frac{x}{\nu}, \frac{y}{\nu}, \frac{z}{\nu}$. Il vient

$$\mu_0 \frac{r}{r_0} + \mu_1 \frac{z - \lambda}{r_1} - \nu^2 \psi(u, \lambda_1, m_0, m_1) = 0,$$

car $u_1 = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y}{x} = u$. En comparant avec (3), nous obtenons

$$\nu^2 \psi(u, \lambda_1, m_0, m_1) = \psi(u, \lambda, \mu_0, \mu_1)$$

pour toutes les valeurs de ν . La fonction $\psi(u, \lambda, \mu_0, \mu_1)$ ne dépend pas de ν . Elle est donc une fonction homogène du deuxième degré par rapport aux quantités $\lambda, \sqrt{\mu_0}, \sqrt{\mu_1}$.

Cela posé : soient k une constante et n un nombre positif aussi grand qu'on le veut. En posant $\mu_0 = k\lambda^n$ et en faisant λ de plus en plus grand, le pôle μ_0 devient dominant devant μ_1 , qui d'ailleurs s'éloigne à mesure que λ croît. L'équation (3) doit donc tendre vers (4), qui est l'équation de la surface sur laquelle est située la trajectoire T lorsque μ_0 est seul en action

sur la particule. Il faut donc que ψ_1 tende vers zéro. En plaçant l'origine au point M on démontre de la même manière que les termes contenant λ dans ψ tendent vers zéro lorsque $\mu_0 = k\lambda^n$ et λ tendent vers l'infini. Les termes en ψ contenant λ tendent donc vers zéro lorsque λ , μ_0 et μ_1 , en même temps tendent vers l'infini. Mais c'est impossible, car ψ_1 est du deuxième degré par rapport à λ , $\sqrt{\mu_0}$, $\sqrt{\mu_1}$. Il faut donc que ψ soit indépendant de λ (q. e. d.). Soit $\varphi_1 = 0$ l'équation du cône de révolution (4) où $\psi_0 \equiv \psi$. Ce cône est à l'origine tangent à la surface (3). En effet, pour x, y, z infiniment petits, les expressions $\varphi, \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ tendent respectivement vers les limites de $\varphi_1, \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}$. Notre théorème est donc démontré.

On peut, en s'appuyant sur une proposition de M. Appell, établir un résultat analogue pour l'ensemble d'un champ magnétique et d'un champ électrique superposés.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'absorption des projections radioactives et sur l'ionisation qu'elles produisent.* Note (1) de M. L. WERTENSTEIN, présentée par M. Villard.

Je me suis proposé d'étudier, dans les gaz, l'absorption du rayonnement constitué par la projection radioactive du radium B par le radium A. La méthode utilisée consiste à réaliser, à l'aide d'un disque actif recouvert de radium A et d'un diaphragme convenable, un faisceau étroit d'atomes projetés. On interpose, sur le trajet du faisceau, à basse pression (de l'ordre de 1^{mm}) et à différentes distances du disque actif, des disques *récepteurs*, portés à un potentiel positif. On étudie comment varie l'activité reçue par ces disques en fonction de la pression et de leur distance au disque actif. Les appareils employés devant être décrits ailleurs, je me bornerai à indiquer ici la marche générale des expériences.

On retire de l'émanation le disque actif, activé pendant très peu de temps, à l'instant que j'appelle zéro. Avec ce disque, et avec une série de disques récepteurs, on fait cinq à six expositions successives. Ces expositions commencent à des instants T_1, T_2, \dots ; elles durent toutes le même temps t (généralement 1^m 30^s). Les conditions d'exposition

(1) Présentée dans la séance du 12 août 1912.

peuvent être très différentes, pour les différents disques récepteurs. Généralement, on s'arrange pour que la pression soit sensiblement la même, dans toutes les expositions; c'est alors les distances qu'on fait varier. On mesure les activités reçues par les disques; pour les comparer entre elles, on les ramène, en tenant compte de la destruction spontanée du radium A, à ce qu'elles seraient si toutes les expositions étaient faites au temps zéro. Pour cela on multiplie l'activité d'un disque, exposé à l'instant T, par $e^{\lambda_A T}$, λ_A étant la constante caractérisant la destruction spontanée du radium A. En procédant ainsi, on admet que les activités des disques récepteurs ne sont dues qu'au radium B projeté par le recul radioactif. En fait on peut réaliser des conditions d'activation telles que le phénomène de projection du radium B se présente avec une très grande pureté. Les activités recueillies par les disques récepteurs successifs, à une pression et à une distance données, sont alors proportionnelles à la quantité de radium A présente au début de chaque exposition, et cette proportionnalité se vérifie encore, aux erreurs d'expériences près, lorsque la quantité de radium A tombe à $\frac{1}{200}$ de sa valeur primitive. C'est ce qui rend légitime le mode de calcul indiqué plus haut. On fait d'ailleurs dans chaque expérience, à titre de contrôle, au moins deux expositions à conditions identiques.

En établissant des rapports entre les activités des différents disques, rapportées au même instant, on obtient par une seule expérience plusieurs points de la courbe qui représente l'activité en fonction de la distance à pression constante. En combinant plusieurs expériences, on obtient la courbe entière, qui est la courbe d'absorption cherchée du rayonnement étudié, car elle montre la diminution progressive du nombre d'atomes projetés le long d'un faisceau canalisé. Si les pressions sont différentes, on ramène tous les résultats à la même pression en admettant ce principe que les distances équivalentes pour l'absorption sont, dans un même gaz, inversement proportionnelles à la pression. Mes expériences ont porté sur l'air et sur l'hydrogène. Les résultats définitifs ont été ramenés pour l'air à une pression de 1^{mm} , pour l'hydrogène à une pression de 6^{mm} .

Ces résultats montrent que, pour ces pressions, les pouvoirs absorbants de deux gaz sont sensiblement identiques. La diminution du nombre de particules est très peu importante, dans les deux cas, jusqu'à des distances voisines de 5^{cm} , puis ce nombre diminue rapidement et tombe, au voisinage de 10^{cm} , à quelques centièmes de la valeur initiale. Au delà des distances équivalentes à 11^{cm} , l'activation diminue lentement et semble alors due à la diffusion des atomes non chargés ou chargés négativement. L'existence de ce phénomène rend difficile la détermination précise du parcours; on est conduit à fixer ce parcours, pour les deux gaz, au voisinage de 10^{cm} , 5. Il en résulte que le parcours dans l'hydrogène est six fois plus grand que dans l'air, les deux gaz étant pris à la même pression.